19.12.23 математика 1ст

Тема: « Первообразная. Интеграл.»

> Определение. **Функция F называется *первообразной* для функции f на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка**
> $$F'(x) = f(x).$$

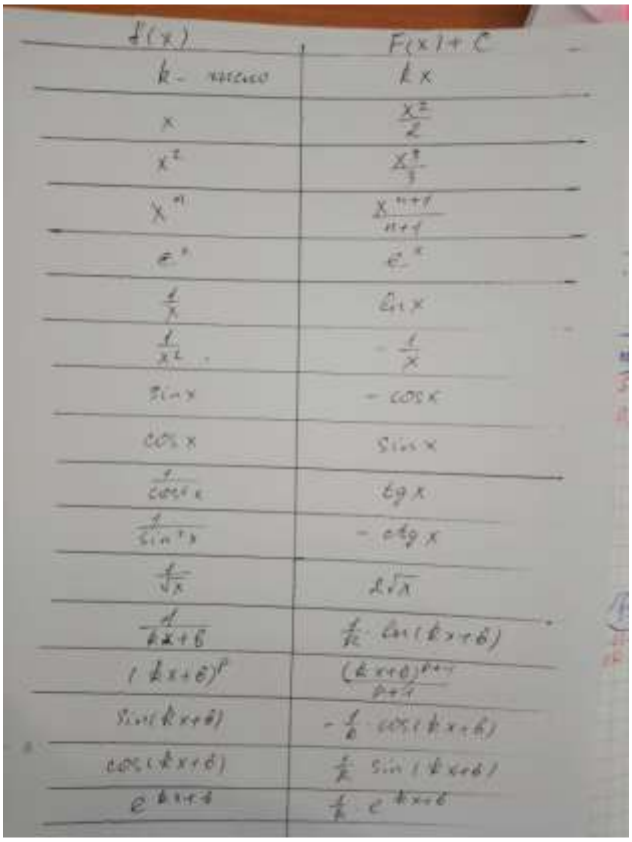
■ Пример 1. Функция $F(x) = \frac{x^3}{3}$ есть первообразная для функции $f(x) = x^2$ на интервале $(-\infty; \infty)$, так как

$$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3}\cdot 3x^2 = x^2 = f(x)$$

для всех $x \in (-\infty; \infty)$.

Легко заметить, что $\frac{x^3}{3} + 7$ имеет ту же самую производную x^2 и поэтому также является первообразной для x^2 на $\boldsymbol{R}$.

Для вычисления применяем таблицу первообразных:



$f(x)$	$F(x) + C$
k - число	kx
x	$\frac{x^2}{2}$
x^2	$\frac{x^3}{3}$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
e^x	e^x
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$tg\, x$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-ctg\, x$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{1}{kx+b}$	$\frac{1}{k}\ln(kx+b)$
$(kx+b)^p$	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{p+1}$
$\sin(kx+b)$	$-\frac{1}{k}\cos(kx+b)$
$\cos(kx+b)$	$\frac{1}{k}\sin(kx+b)$
e^{kx+b}	$\frac{1}{k}e^{kx+b}$

Найдите одну из первообразных для функции f на R (328—329).

328. а) $f(x) = 3{,}5$; б) $f(x) = \cos x$;
в) $f(x) = 2x$; г) $f(x) = \sin x$.

329. а) $f(x) = -\sin x$; б) $f(x) = -x$;
в) $f(x) = -4$; г) $f(x) = -\cos x$.

Упражнения

Найдите общий вид первообразных для функции f (335—336).

335. а) $f(x) = 2 - x^4$; б) $f(x) = x + \cos x$;
в) $f(x) = 4x$; г) $f(x) = -3$.

336. а) $f(x) = x^6$; б) $f(x) = \frac{1}{x^3} - 2$;
в) $f(x) = 1 - \frac{1}{x^4}$; г) $f(x) = x^5$.

Например

1) $f(x) = x^3$	$F(x) = \frac{x^4}{4} + c$
2) $f(x) = 3 + x$	$F(x) = 3x + \frac{x^2}{2} + c$
3) $f(x) = 2\sin x$	$F(x) = -2\cos x + C$

Правила вычисления первообразных
1) от каждого слагаемого отдельно
2) множитель выносится за знак первообразной.

Или с помощью знака – интеграл запись будет выглядеть так:

1) $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

2) $\int (3+x) dx = 3x + \frac{x^2}{2} + C$

3) $\int (2\sin x) dx = -2\cos x + C$